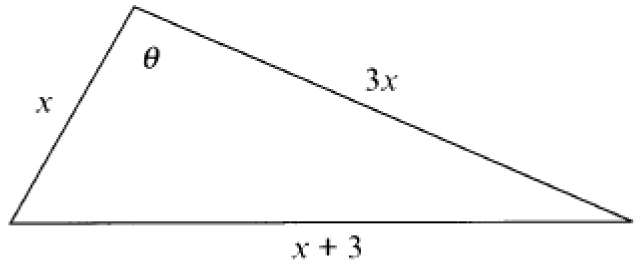
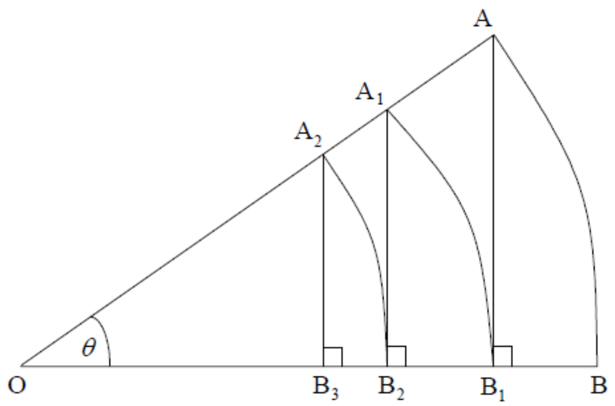
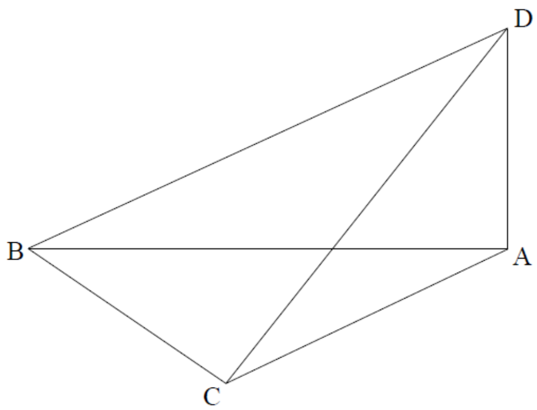
Trigonometría en exámenes BI - NS

Mayo 00 P2#1	The area of the triangle shown below is $2.21\ \text{cm}^2$. The length of the shortest side is x cm and the other two sides are $3x$ cm and $(x+3)$ cm.  (a) Using the formula for the area of the triangle, write down an expression for $\sin\theta$ in terms of x. (b) Using the cosine rule, write down and simplify an expression for $\cos\theta$ in terms of x. (c) (i) Using your answers to parts (a) and (b), show that, $$\left(\frac{3x^2-2x-3}{2x^2}\right)^2 = 1-\left(\frac{4.42}{3x^2}\right)^2$$ (ii) Hence find (a) the possible values of x; (b) the corresponding values of θ, **in radians**, using your answer to part (b) above.
Nov 00 P1#16	In a triangle ABC, $A\widehat{B}C = 30°$, $AB = 6$ cm and $AC = 3\sqrt{2}$ cm. Find the possible lengths of [BC].
Mayo 01 P1#2	Solve $2\sin x = \tan x$, where $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$
Mayo 02 P1#10	El ángulo θ satisface la ecuación $\tan\theta + \cot\theta = 3$, donde θ está expresado en grados. Halle todos los valores posibles de θ en el intervalo $]0°, 90°[$.
Mayo 02 P1#12	La función f está definida en el dominio $[0, \pi]$ por $f(\theta) = 4\cos\theta + 3\,\text{sen}\,\theta$. (a) Exprese $f(\theta)$ de la forma $R\cos(\theta-\alpha)$ donde $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. (b) A partir de ello, o de otra manera, escriba el valor de θ para el cual $f(\theta)$ es máxima.
Nov 02 P1#12	El triángulo ABC tiene AB = 8 cm, BC = 6 cm y $B\hat{A}C = 20°$. Halle la menor área posible de ΔABC.
May 03 P1#2	Halle todos los valores de θ en el intervalo $[0, \pi]$ que satisfacen la ecuación $$\cos 2\theta = \text{sen}^2\theta.$$

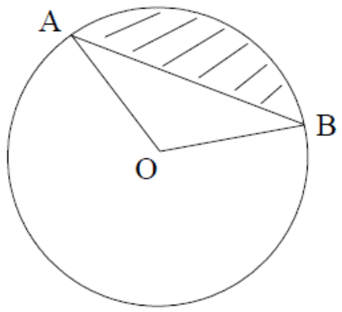
May 03 P1#8	Sea el triángulo ABC, $\hat{A} = 30^\circ$, $BC = 3$ y $AB = 5$. Halle los dos valores posibles de $\hat{B}$.
Nov 03 P2#3	(a) Exprese $\sqrt{3}\cos\theta - \operatorname{sen}\theta$ en la forma $r\cos(\theta+\alpha)$, con $r>0$ y $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$, dando los valores **exactos** de r y α. (b) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo, con $0 \le \theta \le 2\pi$, halle el conjunto de valores de $\sqrt{3}\cos\theta - \operatorname{sen}\theta$. (c) Resuelva $\sqrt{3}\cos\theta - \operatorname{sen}\theta = -1$, con $0 \le \theta \le 2\pi$, expresando el valor **exacto** de los resultados.
Nov 03 P2#3	Demuestre que $\dfrac{\operatorname{sen}4\theta(1-\cos 2\theta)}{\cos 2\theta(1-\cos 4\theta)} = \tan\theta$, con $0<\theta<\frac{\pi}{2}$, y $\theta \ne \frac{\pi}{4}$
Mayo 04 TZ2 P1#20	La figura que aparece a continuación muestra un sector circular AOB de un círculo de radio 1 y centro O, con $A\hat{O}B = \theta$. Las rectas (AB_1), (A_1B_2), (A_2B_3) son perpendiculares a OB. A_1B_1, A_2B_2 son todos arcos de circunferencia con centro en O.  Calcule la suma infinita de las longitudes de los arcos $AB + A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3 + \ldots$
Mayo 04 TZ1 P1#20	The following three dimensional diagram shows the four points A, B, C and D. A, B and C are in the same horizontal plane, and AD is vertical. $A\hat{B}C = 45^\circ$, $BC = 50$ m, $A\hat{B}D = 30^\circ$, $A\hat{C}D = 20^\circ$.  Using the cosine rule in the triangle ABC, or otherwise, find AD.

Mayo 04 TZ2 P2#5

Compruebe que $\cos(A+B)+\cos(A-B)=2\cos A\cos B$

Nov 04 P1#9

El siguiente diagrama muestra un círculo de centro O y radio OA = 5 cm.
El ángulo $\mathrm{AOB}=135^\circ$.



Halle el área de la región sombreada.

Nov 04 P2#3

$$\operatorname{sen}(A+B)=\operatorname{sen}A\cos B+\cos A\operatorname{sen}B,$$
$$\cos(A+B)=\cos A\cos B-\operatorname{sen}A\operatorname{sen}B.$$

A partir de lo anterior, demuestre que $\tan 2A=\dfrac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$

Mayo 05 TZ2 P1#10

Sabiendo que $a\operatorname{sen}4x+b\operatorname{sen}2x=0$, para $0<x<\dfrac{\pi}{2}$, halle una expresión para $\cos^2 x$ en función de a y b.

Mayo 05 TZ2 P1#17

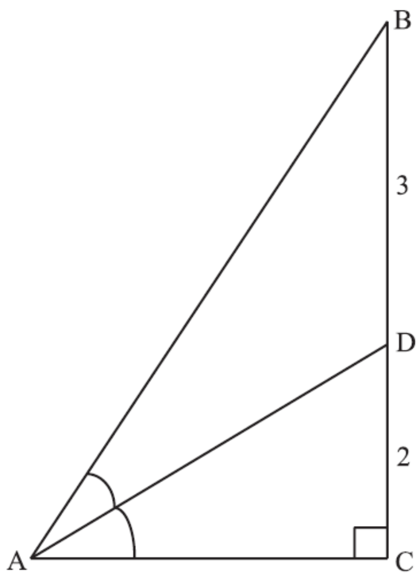
El triángulo ABC tiene un ángulo obtuso en B; $\mathrm{BC}=10{,}2$; $\hat{\mathrm{A}}=x$ y $\hat{\mathrm{B}}=2x$.

(a) Halle AC, en función de $\cos x$.

(b) Sabiendo que el área del triángulo ABC es $52{,}02\cos x$, halle el ángulo C.

Mayo 05 TZ1 P1#19

Let ABC be a right-angled triangle, where $\hat{\mathrm{C}}=90^\circ$. The line (AD) bisects $\mathrm{B\hat{A}C}$, $\mathrm{BD}=3$, and $\mathrm{DC}=2$, as shown in the diagram.



Find angle $\mathrm{D\hat{A}C}$.

Nov 05 P1#1	En un triángulo ABC, $A\hat{B}C = 31^\circ$, $AC = 3$ cm y $BC = 5$ cm. Calcule las posibles longitudes del lado [AB].
Nov 05 P1#17	Dado que el valor máximo de $\dfrac{1}{4\operatorname{sen}\theta + 3\cos\theta + k}$ es 2, para $0^\circ \le \theta \le 360^\circ$, halle el valor de k.
Muestra 06 P1#4	The angle θ satisfies the equation $2\tan^2\theta - 5\sec\theta - 10 = 0$, where θ is in the second quadrant. Find the **exact** value of $\sec\theta$.

Muestra 06 P2#2 Muestra 08 P2#9

A farmer owns a triangular field ABC. The side [AC] is 104 m, the side [AB] is 65 m and the angle between these two sides is 60°.

(a) Calculate the length of the third side of the field.

(b) Find the area of the field in the form $p\sqrt{3}$, where p is an integer.

Let D be a point on [BC] such that [AD] bisects the 60° angle. The farmer divides the field into two parts by constructing a straight fence [AD] of length x metres.

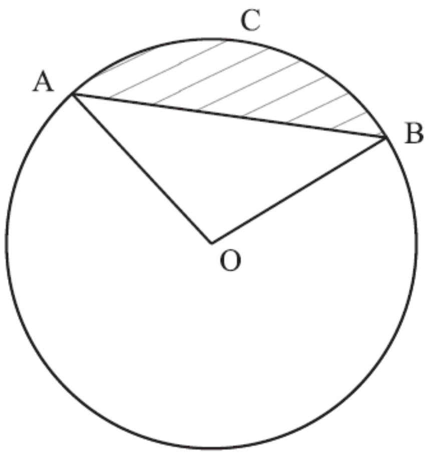
(c) (i) Show that the area of the smaller part is given by $\dfrac{65x}{4}$ and find an expression for the area of the larger part.

(ii) Hence, find the value of x in the form $q\sqrt{3}$, where q is an integer.

(d) Prove that $\dfrac{BD}{DC} = \dfrac{5}{8}$.

Mayo 05 TZ1 P1#8

The following diagram shows a circle centre O and radius r. The length of the arc ACB is $2r$.

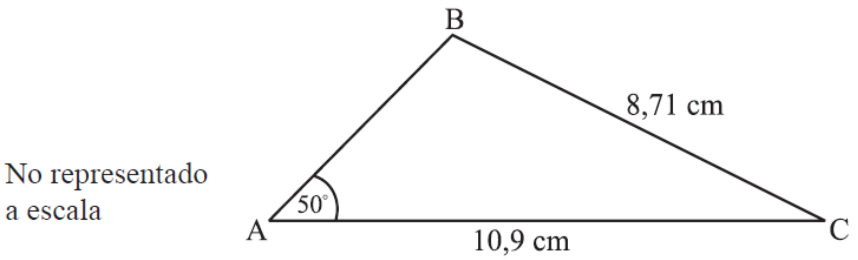


The area of the shaded segment may be expressed as kr^2. Find the value of k.

Nov 06 P1#6	Resuelva $\operatorname{tg}^2 2\theta = 1$, en el intervalo $-\dfrac{\pi}{2} \le \theta \le \dfrac{\pi}{2}$.
Nov 06 P1#16	En el triángulo ABC, $\hat{A} = 30^\circ$, $a = 5$ y $c = 7$. Halle la diferencia entre las áreas de los dos triángulos ABC que se pueden construir con los datos proporcionados.

Mayo 06 P1#7

En el triángulo **obtusángulo** ABC, $AC = 10,9$ cm, $BC = 8,71$ cm y $B\hat{A}C = 50^\circ$.



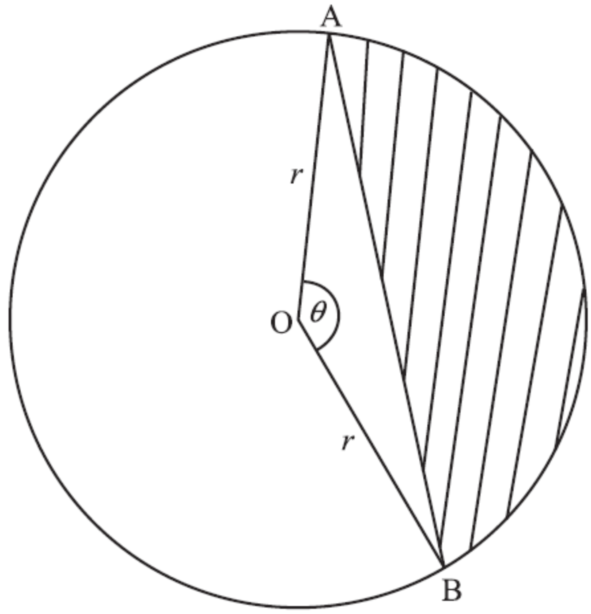
Halle el área del triángulo ABC.

Nov 06 P1#20

Sean $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ los ángulos de un triángulo. Compruebe que $\operatorname{tg}\hat{A} + \operatorname{tg}\hat{B} + \operatorname{tg}\hat{C} = \operatorname{tg}\hat{A}\operatorname{tg}\hat{B}\operatorname{tg}\hat{C}$.

Nov 06 P2#1 *(necesita calculadora gráfica)*

La siguiente figura muestra un círculo de centro O y radio r. El ángulo central $A\hat{O}B$ es de θ radianes. La cuerda AB divide al círculo en dos segmentos; uno de menor tamaño (la región sombreada) y otro de mayor tamaño.



(a) Compruebe que el área del segmento de menor tamaño es igual a $\frac{1}{2}r^2(\theta - \operatorname{sen}\theta)$.

(b) Halle el área del segmento de mayor tamaño.

(c) Sabiendo que la relación de las áreas de los dos segmentos es $2:3$, compruebe que $\operatorname{sen}\theta = \theta - \frac{4\pi}{5}$.

(d) A partir de lo anterior, halle el valor de θ.

Mayo 07 TZ1 P1#1

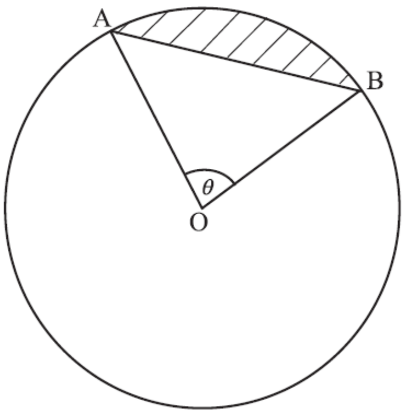
Triangle ABC has $\hat{C} = 42^\circ$, $BC = 1.74$ cm, and area $1.19\ \text{cm}^2$

(a) Find AC.

(b) Find AB.

Mayo 07 TZ1 P1#5 *(necesita calculadora gráfica)*

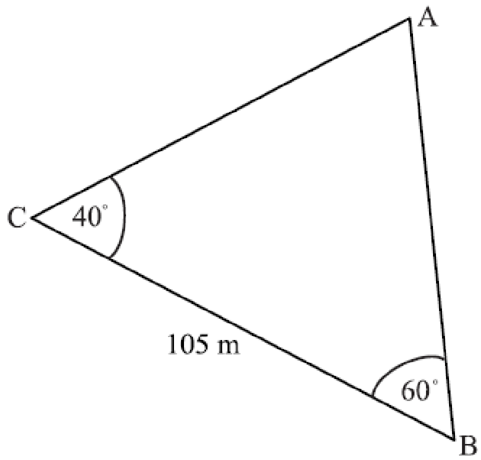
The diagram shows a circle centre O and radius 1, with $A\hat{O}B = \theta$, $\theta \neq 0$. The area of ΔAOB is three times the shaded area.



Find the value of θ.

Mayo 07 TZ2 P1#1

El siguiente diagrama muestra ΔABC, donde $BC = 105$ m, $A\hat{C}B = 40^\circ$, $A\hat{B}C = 60^\circ$

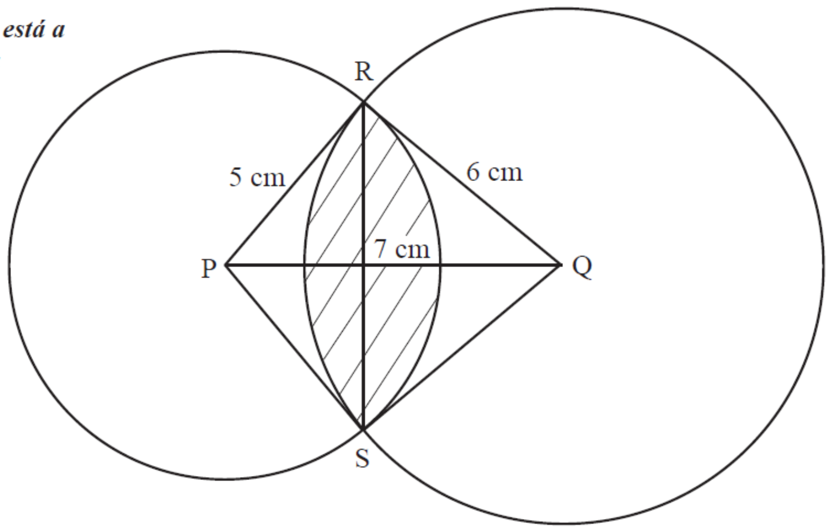


Halle AB.

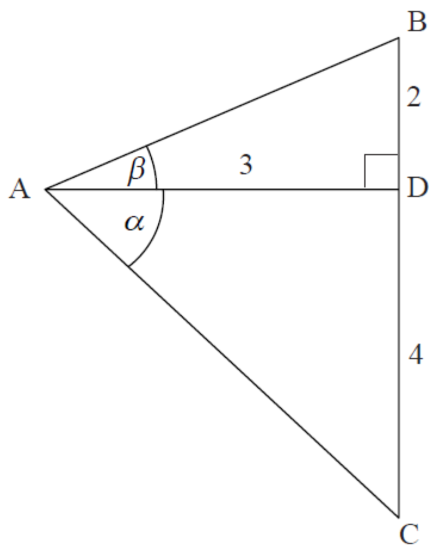
Nov 07 P1#18

El siguiente diagrama muestra un par de círculos que se cortan, uno con centro en P y un radio de 5 cm y otro con centro en Q y radio igual a 6 cm. RS es la cuerda común a ambos círculos y PQ es igual a 7 cm.

la figura no está a escala

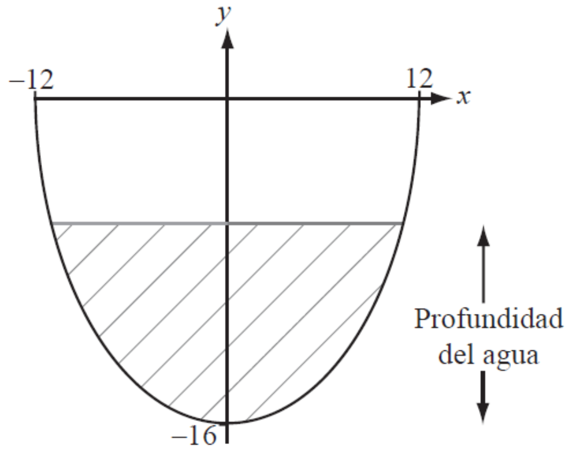


Halle el área de la región sombreada.

Muestra 08 P1#15	The obtuse angle B is such that $\tan B = -\frac{5}{12}$. Find the values of (a) $\sin B$; (b) $\cos B$; (c) $\sin 2B$; (d) $\cos 2B$.
Muestra 08 P1#16	Given that $\tan 2\theta = \frac{3}{4}$, find the possible values of $\tan\theta$
Muestra 08 P1#17	Let $\sin x = s$. (a) Show that the equation $4\cos 2x - 3\sin x \operatorname{cosec}^3 x + 6 = 0$ can be expressed as $8s^4 - 10s^2 + 3 = 0$. (b) Hence solve the equation for x, in the interval $[0, \pi]$.
Muestra 08 P1#46	The lengths of the sides of a triangle ABC are $x-2$, x and $x+2$. The largest angle is $120°$. (a) Find the value of x. (b) Show that the area of the triangle is $\frac{15\sqrt{3}}{4}$. (c) Find $\sin A + \sin B + \sin C$ giving your answer in the form $\frac{p\sqrt{q}}{r}$ where $p, q, r \in \mathbb{Z}$.
Mayo 08 TZ2 P1#3	En la figura que aparece a continuación, AD es perpendicular a BC. $CD = 4$, $BD = 2$ y $AD = 3$. $C\hat{A}D = \alpha$ y $B\hat{A}D = \beta$.  Halle el valor exacto de $\cos(\alpha - \beta)$.

Mayo 08 TZ2 P1#9

La figura de abajo muestra los límites de la sección transversal de un canal de agua.



La ecuación que representa a estos límites es $y = 16\sec\left(\frac{\pi x}{36}\right) - 32$ donde x e y vienen dados los dos en cm.

La parte superior del canal está al mismo nivel que el suelo y tiene un ancho de 24 cm. El canal tiene una profundidad máxima de 16 cm.

Halle el ancho de la superficie del agua en el canal cuando la profundidad del agua es de 10 cm. Exprese la respuesta en la forma $a \arccos b$ donde $a, b \in \mathbb{R}$.

Mayo 08 TZ1 P1#3

A circular disc is cut into twelve sectors whose areas are in an arithmetic sequence. The angle of the largest sector is twice the angle of the smallest sector.

Find the size of the angle of the smallest sector.

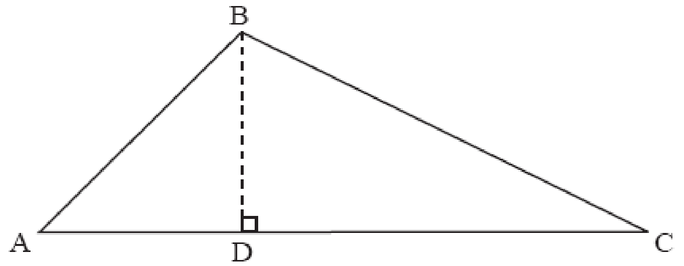
Mayo 08 TZ1 P1#4

In triangle ABC, $AB = 9\,\text{cm}$, $AC = 12\,\text{cm}$, and $\hat{B}$ is twice the size of $\hat{C}$.

Find the cosine of $\hat{C}$.

Mayo 08 TZ1 P2#12

In triangle ABC, $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ and [BD] is perpendicular to [AC].

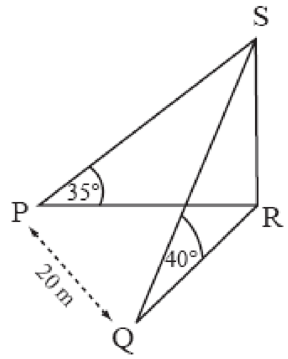


(a) Show that $CD = b - c\cos A$.

(b) **Hence**, by using Pythagoras' Theorem in the triangle BCD, prove the cosine rule for the triangle ABC.

(c) If $A\hat{B}C = 60^\circ$, use the cosine rule to show that $c = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{b^2 - \frac{3}{4}a^2}$.

Mayo 08
TZ1
P2#12



The above three dimensional diagram shows the points P and Q which are respectively west and south-west of the base R of a vertical flagpole RS on horizontal ground. The angles of elevation of the top S of the flagpole from P and Q are respectively 35° and 40°, and $\text{PQ} = 20\text{ m}$.

Determine the height of the flagpole.

Mayo 08
TZ2
P2#5

Considere el triángulo ABC donde $\text{B}\hat{\text{A}}\text{C} = 37{,}8^\circ$, $\text{AB} = 8{,}75$ y $\text{BC} = 6$.

Halle AC.

Nov 08
P1#11

Compruebe que $\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x \equiv 2\operatorname{cosec} 2x$

Halle la solución de la ecuación $\operatorname{cosec} 2x = 1{,}5\operatorname{tg} x - 0{,}5$, $0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}$

Nov 08
P2#1

En un triángulo ABC, $\hat{A} = 35^\circ$, $\text{BC} = 4\text{ cm}$ y $\text{AC} = 6{,}5\text{ cm}$. Halle los posibles valores de $\hat{B}$ y los correspondientes valores de AB.

Mayo 09
TZ1
P1#5

(a) Show that $\arctan\left(\dfrac{1}{2}\right) + \arctan\left(\dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{\pi}{4}$.

(b) Hence, or otherwise, find the value of $\arctan(2) + \arctan(3)$

Mayo 09
TZ1
P1#6

The diagram below shows two straight lines intersecting at O and two circles, each with centre O. The outer circle has radius R and the inner circle has radius r.

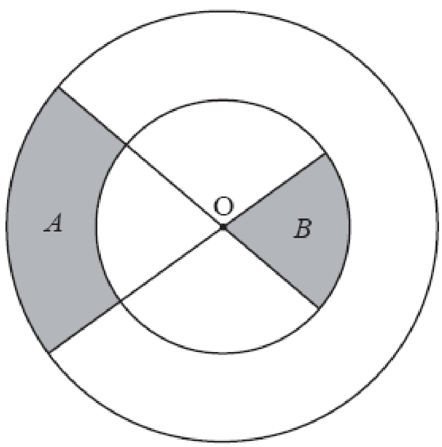


diagram not to scale

Consider the shaded regions with areas A and B. Given that $A : B = 2 : 1$, find the **exact** value of the ratio $R : r$.

Mayo 09 TZ2 P1#9

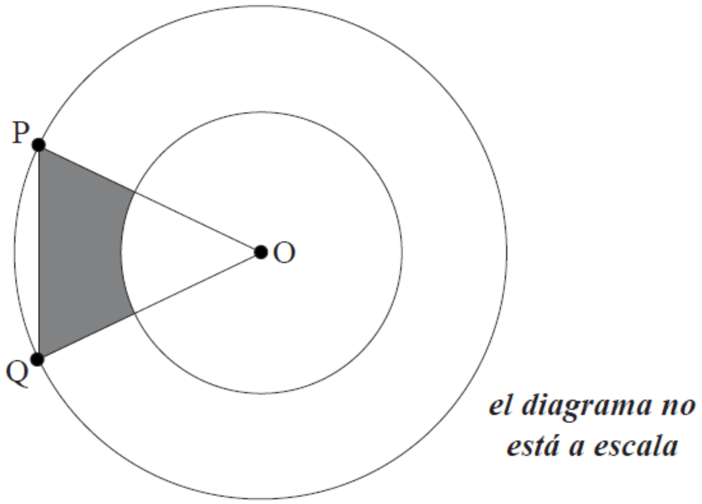
Un triángulo tiene lados cuyas longitudes son (n^2+n+1), $(2n+1)$ y (n^2-1) donde $n>1$.

(a) Explique por qué el lado (n^2+n+1) debe ser el lado más largo del triángulo.

(b) Compruebe que el ángulo más grande del triángulo, θ, es igual a 120°.

Nov 09 P2#3

El diagrama que aparece a continuación muestra dos circunferencias concéntricas de centro O y de radios 2 cm y 4 cm. Los puntos P y Q se encuentran sobre la circunferencia de mayor tamaño y $\mathrm{P\hat{O}Q}=x$, donde $0<x<\frac{\pi}{2}$.



(a) Compruebe que el área de la región sombreada es igual a $8\,\mathrm{sen}\,x-2x$.

Mayo 10 TZ1 P1#13

(a) Show that $\sin 2nx=\sin((2n+1)x)\cos x-\cos((2n+1)x)\sin x$.

(b) **Hence** prove, by induction, that

$$\cos x+\cos 3x+\cos 5x+\ldots+\cos((2n-1)x)=\frac{\sin 2nx}{2\sin x},$$

for all $n\in\mathbb{Z}^+$, $\sin x\neq 0$.

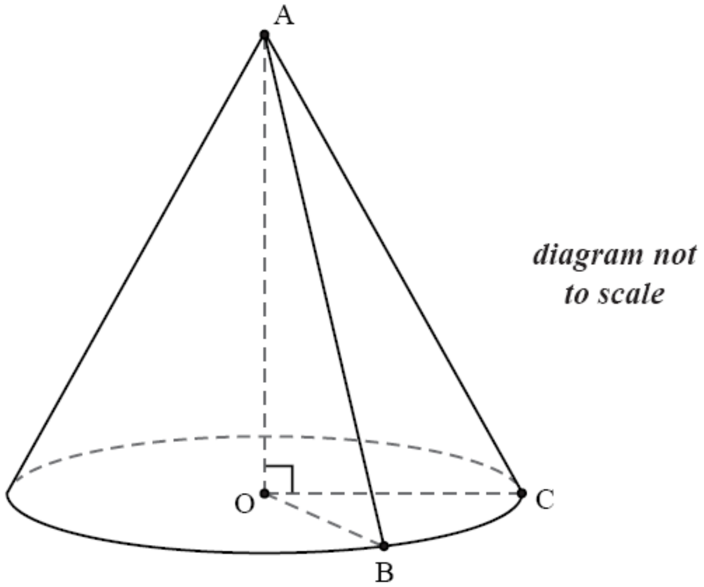
(c) Solve the equation $\cos x+\cos 3x=\frac{1}{2}$, $0<x<\pi$.

Mayo 10 TZ2 P1#6

If x satisfies the equation $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=2\sin x\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$, show that $11\tan x=a+b\sqrt{3}$, where a, $b\in\mathbb{Z}^+$.

Mayo 10 TZ1 P2#3

In the right circular cone below, O is the centre of the base which has radius 6 cm. The points B and C are on the circumference of the base of the cone. The height AO of the cone is 8 cm and the angle $\text{B}\hat{\text{O}}\text{C}$ is 60°.



Calculate the size of the angle $\text{B}\hat{\text{A}}\text{C}$.

Mayo 10 TZ2 P2#5

Considere el triángulo ABC, donde $\text{B}\hat{\text{A}}\text{C} = 70^\circ$, $\text{AB} = 8\,\text{cm}$ y $\text{AC} = 7\,\text{cm}$. El punto D, situado sobre el lado BC, es tal que $\dfrac{\text{BD}}{\text{DC}} = 2$.

Determine la longitud de AD.

Mayo 10 TZ2 P2#13 *(necesita calculadora gráfica)*

Un círculo de 2 cm de radio se divide en un número infinito de sectores circulares. Las áreas de estos sectores circulares forman una progresión geométrica, de razón común igual a k. El ángulo del primer sector circular es igual a θ radianes.

(a) Compruebe que $\theta = 2\pi(1-k)$.

(b) El perímetro del tercer sector circular mide la mitad que el perímetro del primer sector circular.

Halle el valor de k y de θ.

Nov 10 P2#1

En el triángulo ABC, $\text{AB} = 5$ cm, $\text{BC} = 6$ cm y el área es de $10\ \text{cm}^2$.

(a) Halle $\text{sen}\hat{B}$.

(b) **A partir de lo anterior**, halle los dos valores posibles de AC, y dé sus respuestas con una aproximación de dos cifras decimales.

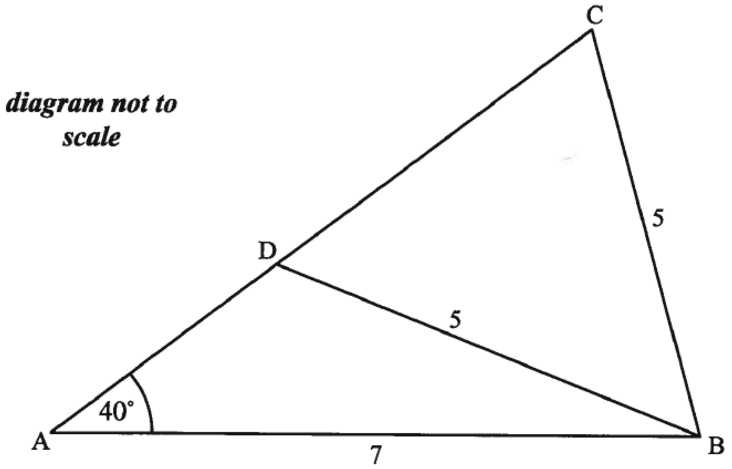
Mayo 11 TZ1 P1#5

(a) Show that $\dfrac{\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta} = \tan\theta$.

(b) Hence find the value of $\cot\dfrac{\pi}{8}$ in the form $a + b\sqrt{2}$, where $a, b \in \mathbb{Z}$.

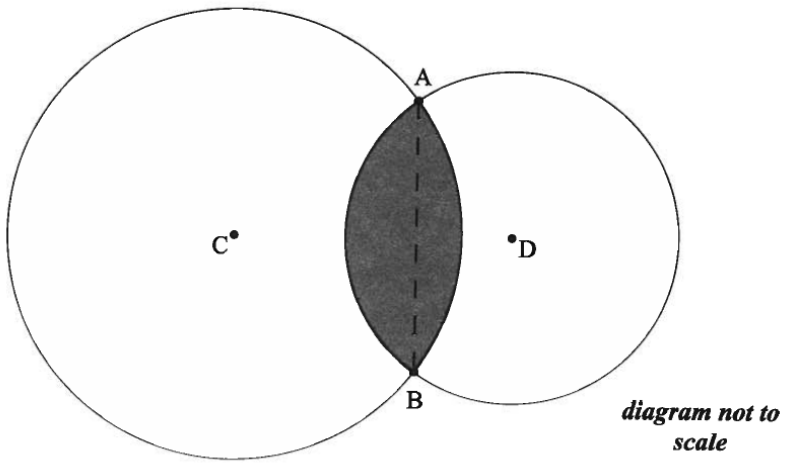
Mayo 11 TZ1 P2#3

Given ΔABC, with lengths shown in the diagram below, find the length of the line segment [CD].



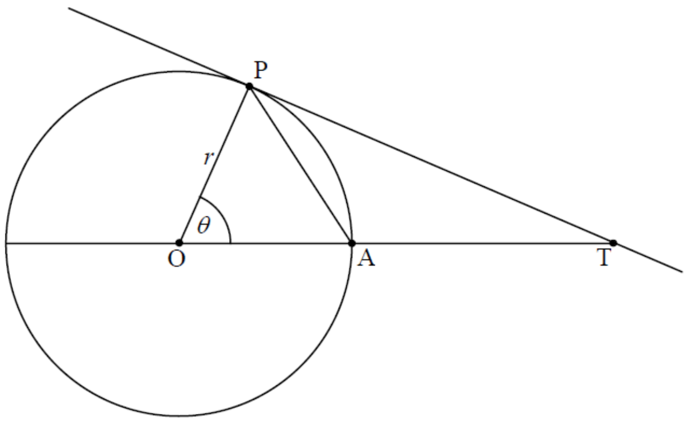
Mayo 11 TZ1 P2#6

The radius of the circle with centre C is 7 cm and the radius of the circle with centre D is 5 cm. If the length of the chord [AB] is 9 cm, find the area of the shaded region enclosed by the two arcs AB.



Mayo 11 TZ2 P1#7

La siguiente figura muestra un círculo con centro en O y radio r y una recta (TP) tangente a él. El ángulo $\mathrm{P\hat{O}A}$ mide θ radianes.



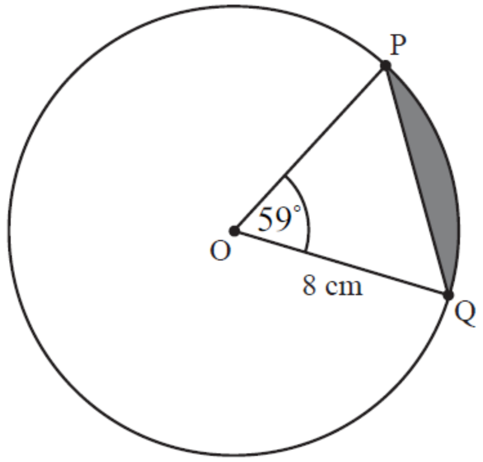
(a) Halle el área del triángulo AOP en función de r y de θ.

(b) Halle el área del triángulo POT en función de r y de θ.

(c) Utilizando los resultados de los apartados (a) y (b), compruebe que $\operatorname{sen}\theta < \theta < \operatorname{tg}\theta$.

Mayo 11 TZ2 P2#1

Los puntos P y Q se encuentran sobre una circunferencia de 8 cm de radio y centro O, de tal manera que $\mathrm{P\hat{O}Q} = 59^\circ$.



el diagrama no está a escala

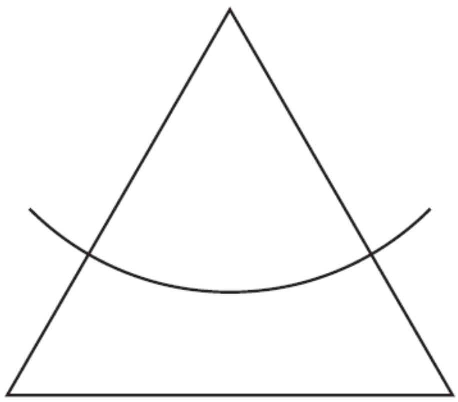
Halle el área del segmento circular sombreado, contenido entre el arco PQ y la cuerda [PQ].

Mayo 11 TZ2 P2#8

Sea un triángulo equilátero de perímetro P y área A, cuyos vértices se encuentran sobre una circunferencia de radio r. Halle una expresión para $\frac{P}{A}$, de la forma $\frac{k}{r}$, donde $k \in \mathbb{Z}^+$.

Nov 11 P1#1

Desde el vértice de un triángulo equilátero de lado $2x$, se traza un arco circular para dividir el triángulo en dos regiones, tal y como muestra la siguiente figura.



la figura no está dibujada a escala

Sabiendo que las dos regiones tienen la misma área, halle el radio del arco en función de x.

Mayo 12 TZ2 P1#9

Compruebe que $\dfrac{\cos A + \operatorname{sen} A}{\cos A - \operatorname{sen} A} = \sec 2A + \operatorname{tg} 2A$.

Mayo 12 TZ2 P2#3

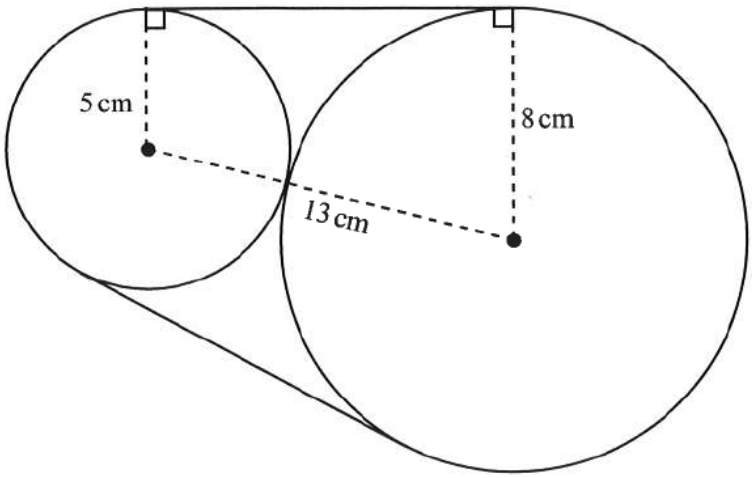
Considere un triángulo ABC, siendo $\mathrm{B\hat{A}C} = 45{,}7^\circ$; $\mathrm{AB} = 9{,}63$ cm y $\mathrm{BC} = 7{,}5$ cm.

(a) Por medio de un diagrama, muestre por qué existen dos triángulos que cumplen con esta información.

(b) Halle los posibles valores de AC.

Mayo 12 TZ2 P2#9

Dos discos, uno de 8 cm de radio y otro de 5 cm de radio, se colocan de tal forma que se estén tocando. Se ata un trozo de cuerda alrededor de los dos discos, tal y como se muestra en el siguiente diagrama.



la figura no está dibujada a escala

Calcule la longitud de cuerda que se necesita para rodear los discos.

Mayo 12 TZ1 P1#10

In the triangle ABC, $A\hat{B}C = 90^\circ$, $AC = \sqrt{2}$ and $AB = BC + 1$.

(a) Show that $\cos \hat{A} - \sin \hat{A} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

(b) By squaring both sides of the equation in part (a), solve the equation to find the angles in the triangle.

(c) Apply Pythagoras' theorem in the triangle ABC to find BC, and hence show that $\sin \hat{A} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

(d) Hence, or otherwise, calculate the length of the perpendicular from B to [AC].

Nov 12 P1#1

Sabiendo que $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ y $\cos\alpha = -\dfrac{3}{4}$, halle el valor de $\operatorname{sen} 2\alpha$.

Nov 12 P1#7

En el triángulo PQR, $PQ = 6$, $PR = k$ y $P\hat{Q}R = 30^\circ$.

(a) Para el caso en el que $k = 4$, halle los dos posibles valores de QR.

(b) Determine para qué valores de k las condiciones del enunciado definen un triángulo único.

Mayo 13 TZ1 P1#11a

(i) Express $\cos\left(\dfrac{\pi}{6} + x\right)$ in the form $a\cos x - b\sin x$ where $a, b \in \mathbb{R}$.

(ii) Hence solve $\sqrt{3}\cos x - \sin x = 1$ for $0 \le x \le 2\pi$.

Mayo 13 TZ1 P1#11b

Let $p(x)=2x^3-x^2-2x+1$.

(i) Show that $x=1$ is a zero of p.

(ii) Hence find all the solutions of $2x^3-x^2-2x+1=0$.

(iii) Express $\sin 2\theta\cos\theta+\sin^2\theta$ in terms of $\sin\theta$.

(iv) Hence solve $\sin 2\theta\cos\theta+\sin^2\theta=1$ for $0\le\theta\le 2\pi$.

Mayo 13 TZ2 P1#10

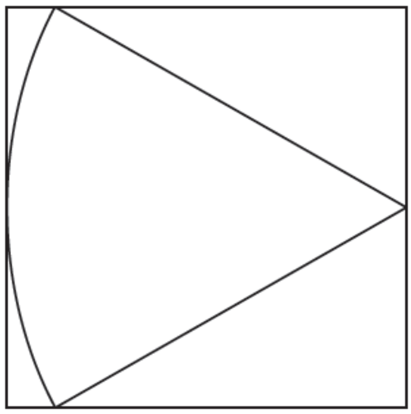
(a) Sabiendo que $\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{5}\right)+\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{8}\right)=\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{p}\right)$, donde $p\in\mathbb{Z}^+$, halle p.

(b) A partir de lo anterior, halle el valor de $\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}\right)+\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{5}\right)+\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{8}\right)$.

Mayo 13 TZ1 P2#5

A rectangle is drawn around a sector of a circle as shown. If the angle of the sector is 1 radian and the area of the sector is $7\,\text{cm}^2$, find the dimensions of the rectangle, giving your answers to the nearest millimetre.

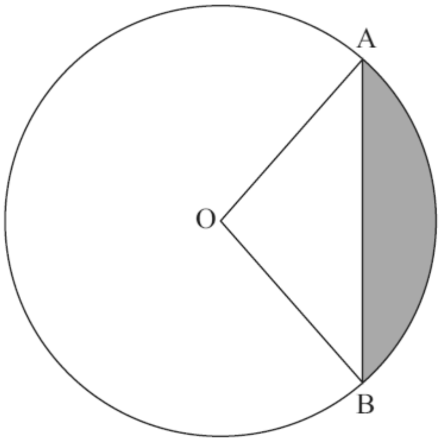
diagram not to scale



Mayo 13 TZ2 P2#1

Un círculo de 4 cm, de radio y centro O se corta mediante una cuerda [AB], de 6 cm de longitud.

la figura no está dibujada a escala



(a) Halle $\text{A}\hat{\text{O}}\text{B}$, expresando la respuesta en radianes y con una aproximación de cuatro cifras significativas.

(b) Determine el área de la región sombreada.

Mayo 13 TZ2 P2#6

(a) Resuelva la ecuación $3\cos^2 x - 8\cos x + 4 = 0$, donde $0 \le x \le 180°$, y exprese la(s) respuesta(s) aproximadas al número entero de grados más cercano.

(b) Halle los valores exactos de $\sec x$ que satisfacen la ecuación $3\sec^4 x - 8\sec^2 x + 4 = 0$.

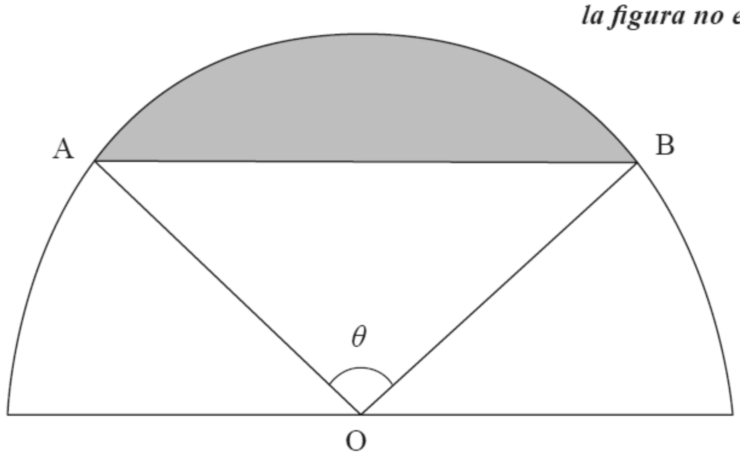
Nov 13 P1#8a

Demuestre la identidad trigonométrica $\operatorname{sen}(x+y)\operatorname{sen}(x-y) = \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen}^2 y$.

Nov 13 P2#8 *(necesita calculadora gráfica)*

La siguiente figura muestra un semicírculo de 20 cm de diámetro y centro O, y dos puntos A y B, tales que $\mathrm{A\hat{O}B} = \theta$, donde θ está expresado en radianes.

la figura no está dibujada a escala



(a) Compruebe que el área de la región sombreada se puede expresar como $50\theta - 50\operatorname{sen}\theta$.

(b) Halle el valor de θ para el cual el área de la región sombreada es igual a la mitad del área de la región no sombreada, con una aproximación de cuatro cifras significativas.

Muestra 14 P1#1

The angle θ lies in the first quadrant and $\cos\theta = \dfrac{1}{3}$.

(a) Write down the value of $\sin\theta$.

(b) Find the value of $\tan 2\theta$.

(c) Find the value of $\cos\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$, giving your answer in the form $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ where $a, b \in \mathbb{Z}^+$.

Muestra 14 P1#6

In the triangle ABC, $\mathrm{AB} = 2\sqrt{3}$, $\mathrm{AC} = 9$ and $\mathrm{B\hat{A}C} = 150°$.

(a) Determine BC, giving your answer in the form $k\sqrt{3}$, $k \in \mathbb{Z}^+$.

(b) The point D lies on (BC), and (AD) is perpendicular to (BC). Determine AD.

Muestra 14 P2#7

A ship, S, is 10 km north of a motorboat, M, at 12.00pm. The ship is travelling northeast with a constant velocity of 20 $\mathrm{km\,hr^{-1}}$. The motorboat wishes to intercept the ship and it moves with a constant velocity of 30 $\mathrm{km\,hr^{-1}}$ in a direction θ degrees east of north. In order for the interception to take place, determine

(a) the value of θ;

(b) the time at which the interception occurs, correct to the nearest minute.

Mayo 14 TZ1 P1#7	The triangle ABC is equilateral of side 3 cm. The point D lies on [BC] such that $BD = 1\,\text{cm}$. Find $\cos D\hat{A}C$.
Mayo 14 TZ1 P1#10	Given that $\sin x + \cos x = \dfrac{2}{3}$, find $\cos 4x$.
Mayo 14 TZ2 P1#5b	Resuelva $\left\lvert \cos\left(\dfrac{x}{4}\right)\right\rvert = \dfrac{1}{2}$ para $0 \le x \le 8\pi$.

Mayo 14 TZ2 P1#9

Los tres primeros términos de una progresión geométrica son $\operatorname{sen} x$, $\operatorname{sen} 2x$ y $4\operatorname{sen} x\cos^2 x$, $-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$.

(a) Halle la razón común r.

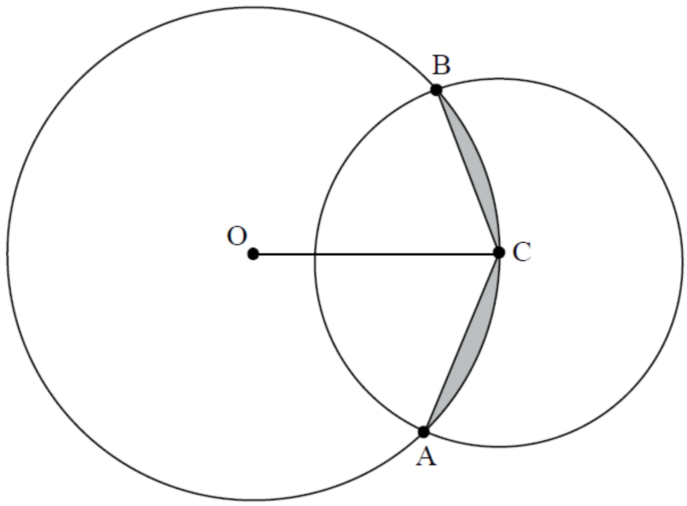
(b) Halle el conjunto de valores de x para los cuales la serie geométrica $\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2x + 4\operatorname{sen} x\cos^2 x + \ldots$ es convergente.

Considere $x = \arccos\left(\dfrac{1}{4}\right)$, $x > 0$.

(c) Muestre que la suma de los infinitos términos de esta serie es igual a $\dfrac{\sqrt{15}}{2}$.

Mayo 14 TZ2 P2#4

La siguiente figura muestra dos círculos que se cortan, de radios 4 cm y 3 cm. El centro C del círculo pequeño está situado en la circunferencia del círculo grande. O es el centro del círculo grande, y los dos círculos se cortan en los puntos A y B



Halle:

(a) $B\hat{O}C$;

(b) el área de la región sombreada.

Nov 14 P2#9 *(necesita calculadora gráfica)*

La compactibilidad es una propiedad que indica cuán compacta es una región cerrada.

La compactibilidad C de una región cerrada se puede definir mediante $C = \frac{4A}{\pi d^2}$, donde A es el área de la región y d es la distancia máxima entre dos puntos cualesquiera de la región.

En el caso de una región circular, $C = 1$.

Considere un polígono regular de n lados construido de manera tal que los vértices pertenecen a la circunferencia de un círculo de diámetro x unidades.

(a) Si $n > 2$ y par, muestre que $C = \frac{n}{2\pi}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{n}$.

Si $n > 1$ e impar, se puede mostrar que $C = \dfrac{n\operatorname{sen}\frac{2\pi}{n}}{\pi\left(1+\cos\frac{\pi}{n}\right)}$.

(b) Halle el polígono regular con el menor número de lados para el que la compactibilidad es mayor que 0,99.

(c) Comente brevemente sobre si C es una buena medida de la compactibilidad.

Nov 14 P2#14

En el triángulo ABC,

$$3\operatorname{sen}B + 4\cos C = 6 \text{ y}$$
$$4\operatorname{sen}C + 3\cos B = 1.$$

(a) Muestre que $\operatorname{sen}(B+C) = \frac{1}{2}$.

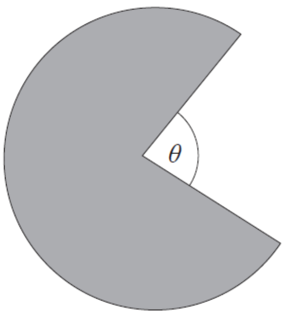
Robert conjetura que $\hat{CAB}$ puede tener dos valores posibles.

(b) Muestre que la conjetura de Robert es incorrecta, demostrando que $\hat{CAB}$ tiene solo un valor posible.

Mayo 15 TZ1 P1#1

The logo, for a company that makes chocolate, is a sector of a circle of radius $2\,\text{cm}$, shown as shaded in the diagram. The area of the logo is $3\pi\,\text{cm}^2$.

diagram not to scale



(a) Find, in radians, the value of the angle θ, as indicated on the diagram.

(b) Find the total length of the perimeter of the logo.

Mayo 15 TZ2 P1#3

Halle todas las soluciones de la ecuación $\tan x + \tan 2x = 0$ donde $0^\circ \leq x < 360^\circ$.

Mayo 15 TZ2 P2#1

En el triángulo ABC, $\mathrm{AB} = 5\,\mathrm{cm}$, $\mathrm{BC} = 12\,\mathrm{cm}$ y $\mathrm{A\hat{B}C} = 100^\circ$.

(a) Halle el área del triángulo.

(b) Halle AC.

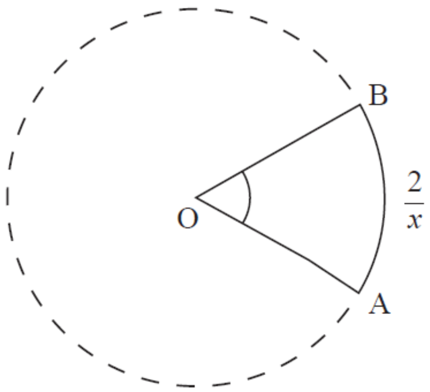
Mayo 15 TZ1 P1#4

A triangle ABC has $\hat{A} = 50°$, $\mathrm{AB} = 7\,\mathrm{cm}$ and $\mathrm{BC} = 6\,\mathrm{cm}$. Find the area of the triangle given that it is smaller than $10\,\mathrm{cm}^2$.

Nov 15 P1#1

The following diagram shows a sector of a circle where $\mathrm{A\hat{O}B} = x$ radians and the length of the arc $\mathrm{AB} = \dfrac{2}{x}\mathrm{cm}$.

Given that the area of the sector is $16\,\mathrm{cm}^2$, find the length of the arc AB.



Nov 15 P2#7

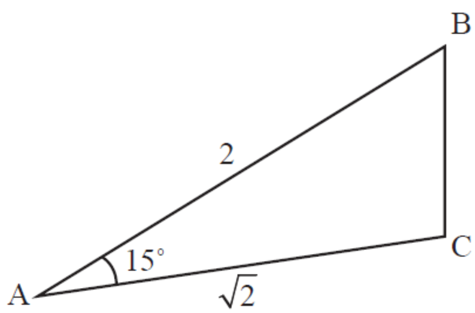
Triangle ABC has area $21\,\mathrm{cm}^2$. The sides AB and AC have lengths $6\,\mathrm{cm}$ and $11\,\mathrm{cm}$ respectively. Find the two possible lengths of the side BC.

Mayo 16 TZ1 P1#5

(a) Expand and simplify $\left(1-\sqrt{3}\right)^2$.

(b) By writing 15° as $60^\circ - 45^\circ$ find the value of $\cos(15^\circ)$.

The following diagram shows the triangle ABC where $\mathrm{AB} = 2$, $\mathrm{AC} = \sqrt{2}$ and $\mathrm{B\hat{A}C} = 15^\circ$.



(c) Find BC in the form $a + \sqrt{b}$ where $a, b \in \mathbb{Z}$.

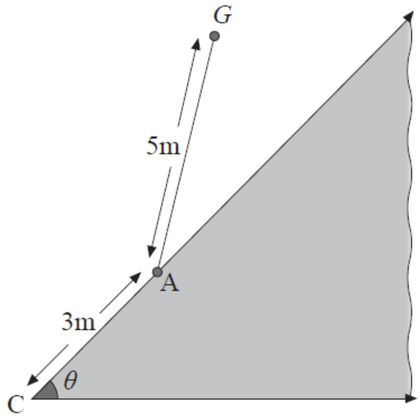
Mayo 16 TZ2 P1#3a

(a) Muestre que $\operatorname{cotan}\alpha = \tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)$ para $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$.

Mayo 16 TZ1 P2#4

The diagram below shows a fenced triangular enclosure in the middle of a large grassy field. The points A and C are $3\,\mathrm{m}$ apart. A goat G is tied by a $5\,\mathrm{m}$ length of rope at point A on the outside edge of the enclosure.

Given that the corner of the enclosure at C forms an angle of θ radians and the area of field that can be reached by the goat is $44\,\mathrm{m}^2$, find the value of θ.



Mayo 16 TZ2 P2#1

ABCD es un cuadrilátero en el que $\mathrm{AB} = 6{,}5$; $\mathrm{BC} = 9{,}1$; $\mathrm{CD} = 10{,}4$; $\mathrm{DA} = 7{,}8$ y $\mathrm{C\hat{D}A} = 90^\circ$. Halle $\mathrm{A\hat{B}C}$, y dé la respuesta aproximando al número de grados más próximo.

Nov 16 P1#13

(a) Halle el valor de $\operatorname{sen}\frac{\pi}{4} + \operatorname{sen}\frac{3\pi}{4} + \operatorname{sen}\frac{5\pi}{4} + \operatorname{sen}\frac{7\pi}{4} + \operatorname{sen}\frac{9\pi}{4}$.

(b) Muestre que $\dfrac{1-\cos 2x}{2\operatorname{sen} x} \equiv \operatorname{sen} x$, $x \neq k\pi$ donde $k \in \mathbb{Z}$.

(c) Utilice el principio de inducción matemática para demostrar que
$\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 3x + \ldots + \operatorname{sen}(2n-1)x = \dfrac{1-\cos 2nx}{2\operatorname{sen} x}$, $n \in \mathbb{Z}^+$, $x \neq k\pi$ donde $k \in \mathbb{Z}$.

(d) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, resuelva la ecuación $\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 3x = \cos x$ en el intervalo $0 < x < \pi$.

Nov 16 P2#7

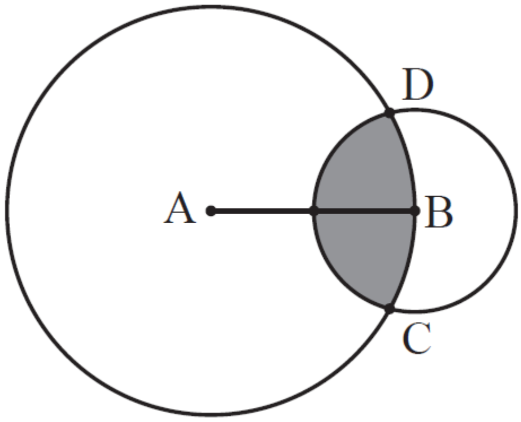
El triángulo ABC es tal que $\mathrm{AB} = 4\,\mathrm{cm}$, $\mathrm{BC} = 3\,\mathrm{cm}$ y $\mathrm{B\hat{A}C} = \dfrac{\pi}{9}$.

(a) Utilice el teorema del coseno para hallar los dos posibles valores de AC.

(b) Halle la diferencia entre las áreas de los dos posibles triángulos ABC.

Nov 16
P2#9

El diagrama muestra dos circunferencias con centros en los puntos A y B y radios $2r$ y r, respectivamente. El punto B pertenece a la circunferencia que tiene centro en A. Las circunferencias se cortan en los puntos C y D.



Sea α la medida del ángulo CAD y θ la medida del ángulo CBD, ambas en radianes.

(a) Halle una expresión para el área de la zona sombreada en función de α, θ y r.

(b) Muestre que $\alpha = 4\operatorname{arcsen}\dfrac{1}{4}$.

(c) A partir de lo anterior, halle el valor de r, sabiendo que el área de la zona sombreada es igual a 4.