Hoja 12: Funciones algebraicas

1

a) Exprese $f(x) = x^2 - 6x + 14$ en la forma $f(x) = (x - h)^2 + k$, en la que hay que determinar h y k.

b) Partiendo de aquí, o de otro modo, escriba las coordenadas del vértice de la parábola de ecuación $y = x^2 - 6x + 14$.

2

a) Representa gráficamente la función $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

b) ¿Cómo deberíamos restringir el dominio de $f(x)$ para que exista $f^{-1}(x)$? En este supuesto, dibuja la gráfica de $f^{-1}(x)$ (en los mismos ejes que en el apartado anterior)

c) Halla algebraicamente $f^{-1}(x)$ (sugerencia: expresa $f(x)$ en la forma $(x - h)^2 + k$).

3

Para cada una de las siguientes funciones:

- Halla los puntos de corte con los ejes OX y OY.
- Halla las coordenadas del vértice y la ecuación del eje.
- Dibuja la gráfica de la función.

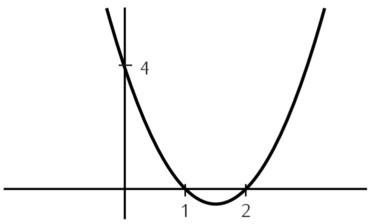
a) $f(x) = -x^2 + 3x - 5$ **b)** $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$ **c)** $f(x) = 2(x + 1)(x - 3)$

d) $f(x) = -2x(x + 2)$ **e)** $f(x) = -2(x - 2)^2 - 1$ **f)** $f(x) = \frac{1}{2}(x + 3)^2$

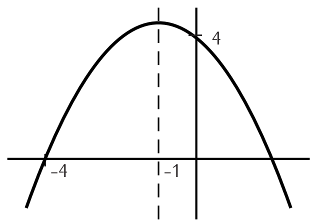
4

Halla la ecuación de la parábola cuya gráfica es cada una de las siguientes:

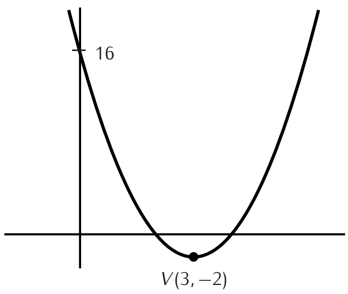
a)



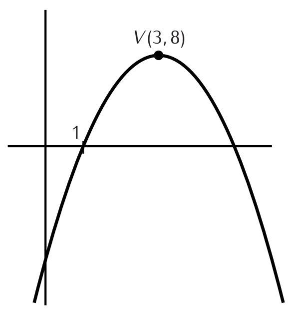
b)



c)



d)



5

Representa gráficamente (sin calculadora) las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} -x^2+1 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ x-1 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si} \quad x < 2 \\ (x-3)^2 & \text{si} \quad x \geq 2 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2+2x-3 & \text{si} \quad x > 0 \\ 2x-1 & \text{si} \quad x \leq 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+4 & \text{si} \quad -4 \leq x < -2 \\ 2 & \text{si} \quad -2 \leq x \leq 3 \\ 1-x & \text{si} \quad 3 < x < 5 \end{cases}$

6

Un pastelero estima que el beneficio en euros, por hacer x pasteles diarios, está dado por la función $P(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 16x - 30$.

a) Calcula el beneficio si hace diariamente:

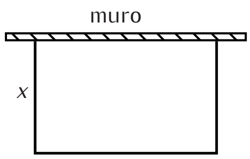
- 0 pasteles.
- 10 pasteles.

b) ¿Cuántos pasteles debe fabricar al día para obtener un beneficio de 57 €?

c) ¿Cuántos pasteles debe fabricar al día para alcanzar el máximo beneficio? ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

7

Un jardinero dispone de 40 metros de valla para cercar una parcela rectangular, uno de cuyos lados es un muro de piedra ya existente. Si la anchura de la parcela es x metros, como se muestra en la figura:



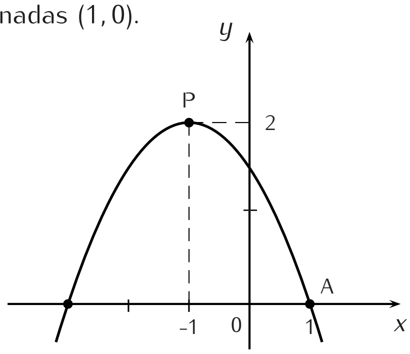
a) Halla la expresión del área A de la parcela, en función de x.

b) Halla cuánto debe valer x para que la parcela tenga área máxima. ¿Cuál es dicha área máxima?

8

IBO
May 2002

En la figura aparece parte de la gráfica de $y = a(x-h)^2 + k$. La gráfica tiene su vértice en P, y pasa por el punto A de coordenadas $(1, 0)$.



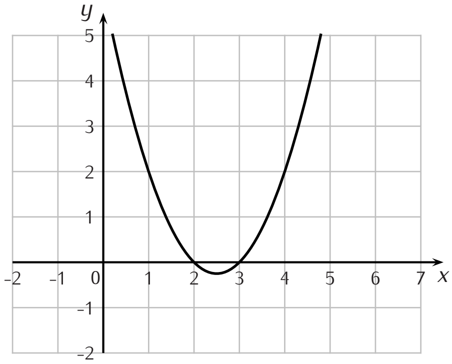
a) Escriba el valor de h y k.

b) Calcule el valor de a.

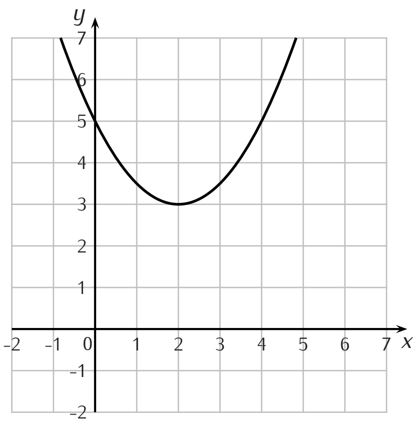
9

IBO May 2004

a) El siguiente diagrama muestra parte de la gráfica de una función cuadrática $f(x) = x^2 + bx + c$, que corta al eje x en $x = 2$ y en $x = 3$. Halle el valor de b y c.



b) El siguiente diagrama muestra parte de la gráfica de otra función cuadrática g, que se puede escribir en la forma $g(x) = a(x - h)^2 + 3$. Tiene su vértice en $(2, 3)$ y corta el eje y en 5.



a) Escriba el valor de h.

b) Halle el valor de a.

10

IBO May 2010

Sea $f(x) = p(x - q)(x - r)$. La gráfica de $f(x)$ pasa por los puntos $(-2, 0)$, $(0, -4)$ y $(4, 0)$.

a) Escriba el valor de q y el de r.

b) Escriba la **ecuación** del eje de simetría.

c) Halle el valor de p.

11

IBO May 2011

Sea f una función cuadrática. Los puntos de intersección con el eje x son $(-4, 0)$ y $(6, 0)$, y el punto de intersección con el eje y es $(0, 240)$.

a) Escriba $f(x)$ de la forma $f(x) = -10(x - p)(x - q)$.

b) Halle otra expresión para $f(x)$, de la forma $f(x) = -10(x - h)^2 + k$.

c) Compruebe que $f(x)$ también se puede escribir de la forma $f(x) = 240 + 20x - 10x^2$.

12

IBO May 2015

Sea $f(x) = a(x+3)(x-1)$. La gráfica de f tiene intersecciones con el eje x en $(p, 0)$ y $(q, 0)$ y una intersección con el eje y en $(0, 12)$.

a) i) Escriba el valor de p y el de q.

ii) Halle el valor de a.

b) Halle la ecuación del eje de simetría del gráfico de f.

c) Halle el mayor valor de f.

d) La función f también se puede escribir en la forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$. Halle el valor de h y el de k.

13

IBO May 2007

Considere dos funciones cuadráticas distintas, ambas de la forma $f(x) = 4x^2 - qx + 25$. El gráfico de cada función tiene su vértice sobre el eje x.

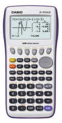
a) Halle los dos valores de q.

b) Para el mayor valor de q, resuelva $f(x) = 0$.

c) Halle las coordenadas del punto de intersección entre las dos gráficas.

14

IBO 2014



Una roca cae desde lo alto de un acantilado. Sea h su altura en metros sobre el suelo, a los t segundos.
La siguiente tabla muestra los valores de h y t.

t (segundos)	1	2	3	4	5
h (metros)	105	98	84	60	26

a) Jane opina que la función $f(t) = -0.25t^3 - 2.32t^2 + 1.93t + 106$ es un modelo adecuado para describir los datos. Utilice el modelo de Jane para

i) escribir la altura del acantilado;

ii) hallar la altura de la roca después de 4.5 segundos;

iii) hallar cuántos segundos han transcurrido cuando la altura de la roca es de 30 m.

b) Kevin opina que la función $g(t) = -5.2t^2 + 9.5t + 100$ es un modelo más adecuado para describir los datos. Utilice el modelo de Kevin para hallar el instante en que la roca llega al suelo.

c) i) Utilizando papel milimetrado, sitúe los datos de la tabla usando una escala de 1 cm para 1 segundo y 1 cm para 10 m.

ii) Comparando los gráficos de f y g con los datos representados, explique cuál de las dos funciones constituye el mejor modelo para la altura de la roca que cae.